

อยากได้

“รอยยิ้ม” ของอีกฝ่าย

ต้องจ่าย ด้วย

รอยยิ้ม ของเราก่อน

[berrytheme.com](http://berrytheme.com)

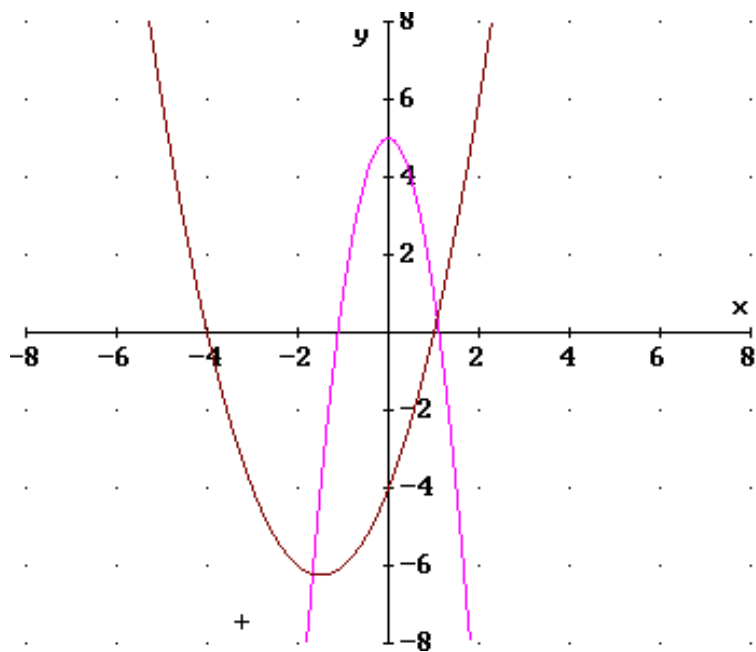
คนเก่งเขาจะไม่คิดว่าตนเองเก่ง  
เพราะเขาพร้อมที่จะเรียนรู้อยู่เสมอ

## 2. ฟังก์ชันกำลังสอง ( Quadratic Function )

บทนิยาม ฟังก์ชันกำลังสองหมายถึง ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง และ  $a$  ไม่เท่ากับ 0



รูปแบบที่ 1  $y = ax^2$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริง  
และ  $a$  ไม่เท่ากับศูนย์

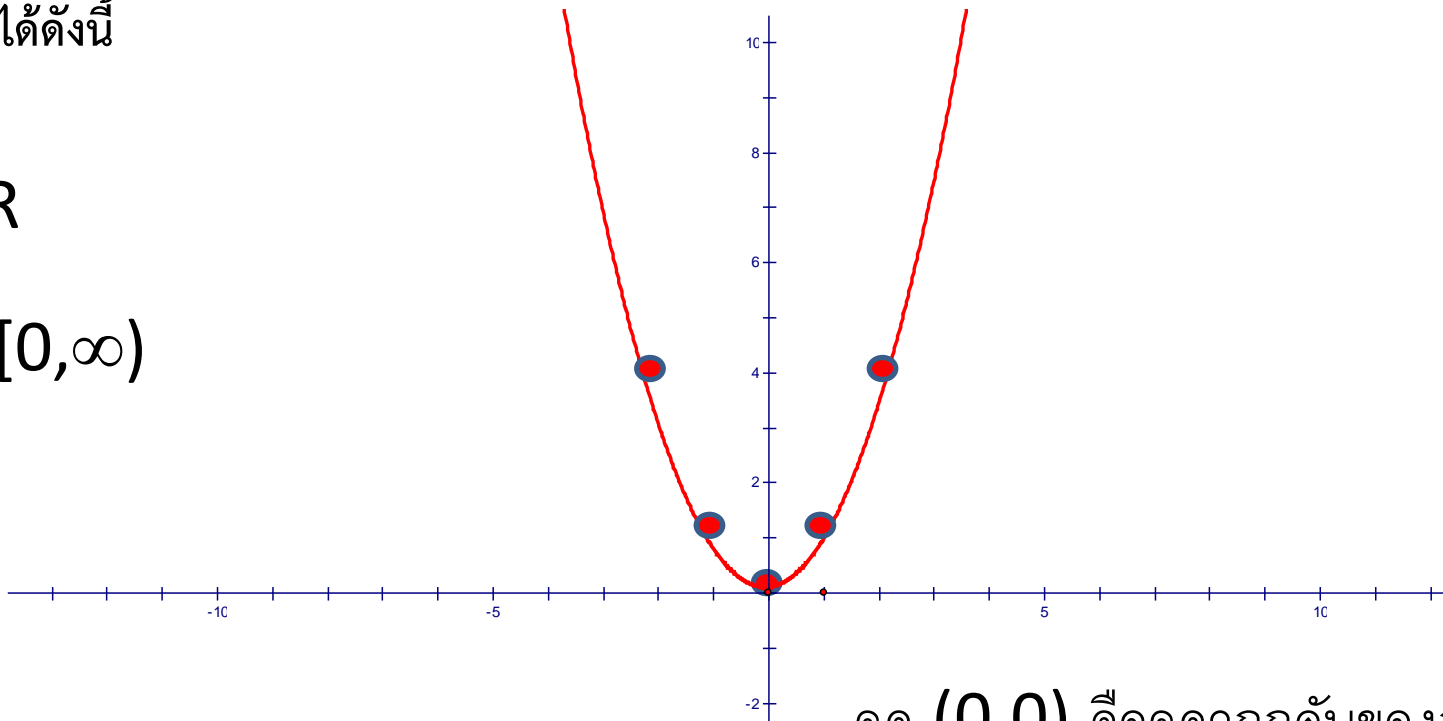
$$y = x^2$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = [0, \infty)$$



จุด  $(0,0)$  คือจุดวกกลับของกราฟ

# ฝึกทักษะ

จงวาดกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาจุดวกกลับของกราฟ

1.  $y = 2x^2$

2.  $y = 0.5x^2$

3.  $y = -2x^2$

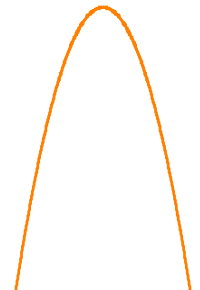
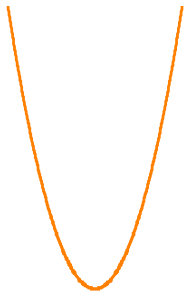
4.  $y = -x^2$

ข้อค้นพบ  $y = ax^2$

1. ถ้า  $a > 0$  พาราโบลาหงาย

2. ถ้า  $a < 0$  พาราโบลาคว่ำ

3. จุด  $(0,0)$  เป็นจุดวกกลับของกราฟ



รูปแบบที่ 2  $y = ax^2 + b$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$

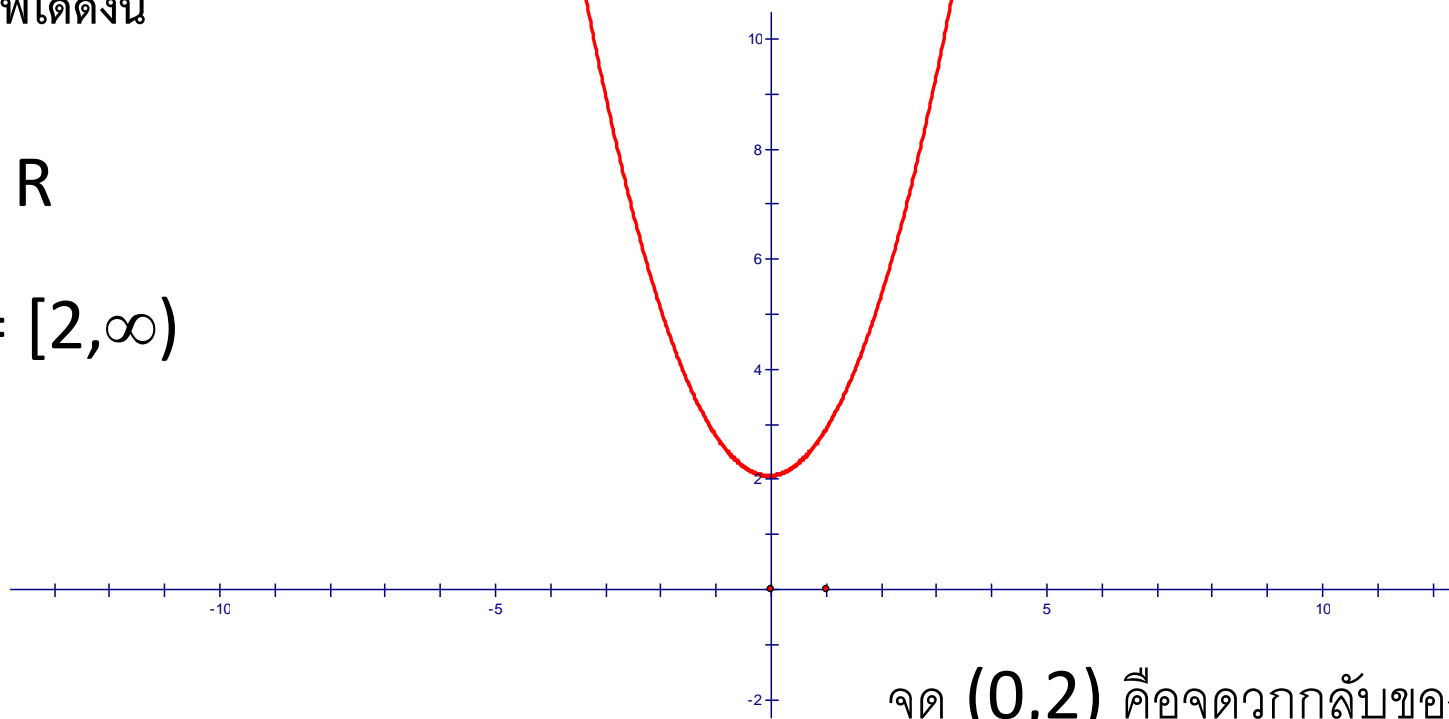
$$y = x^2 + 2$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	11	6	3	2	3	6	11	...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = [2, \infty)$$



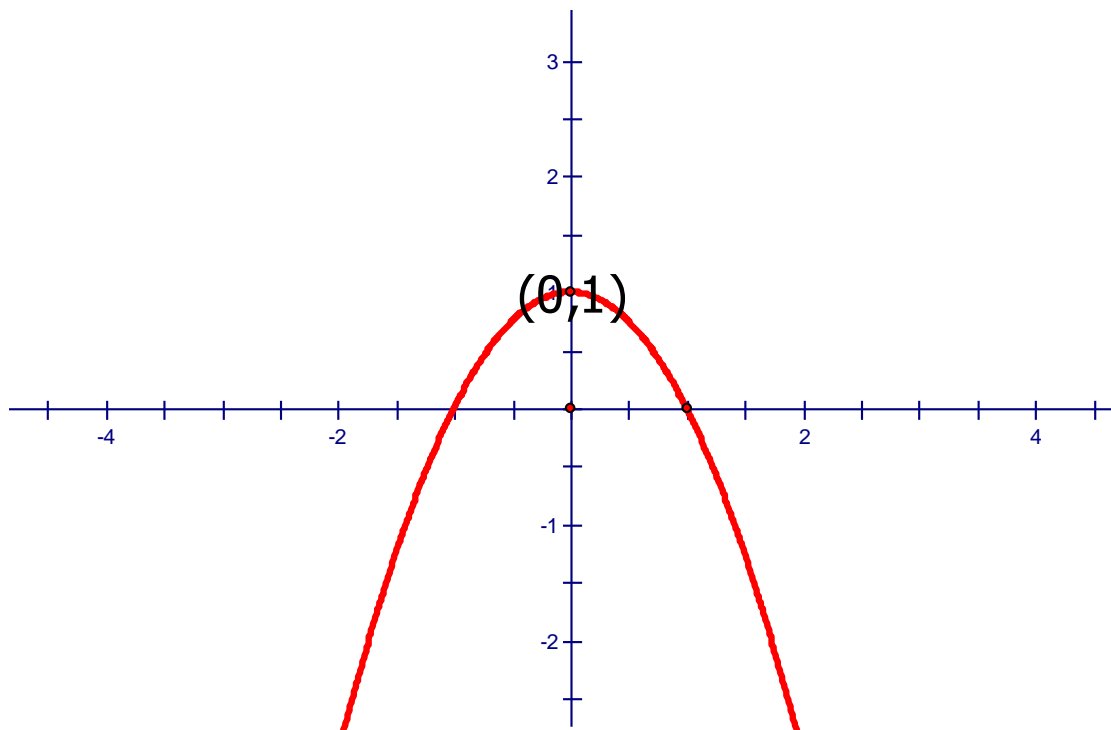
$$y = -x^2 + 1$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-8	-3	0	1	0	-3	-8	...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = (-\infty, 1]$$



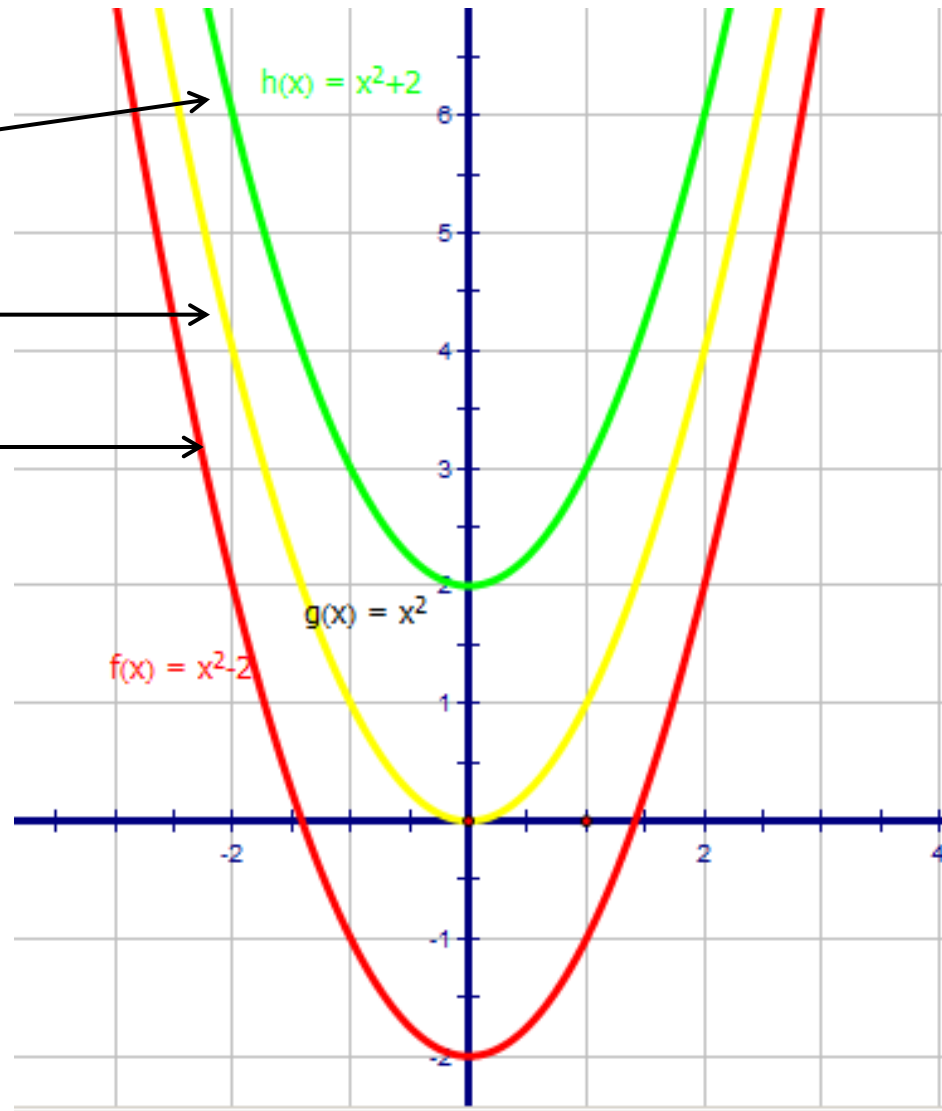
จุด  $(0, 1)$  คือจุดวกกลับของกราฟ

# ตัวอย่าง จงวาดกราฟต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1.  $y = x^2 + 2$

2.  $y = x^2$

3.  $y = x^2 - 2$





รูปแบบที่ 3  $y = a(x - b)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$

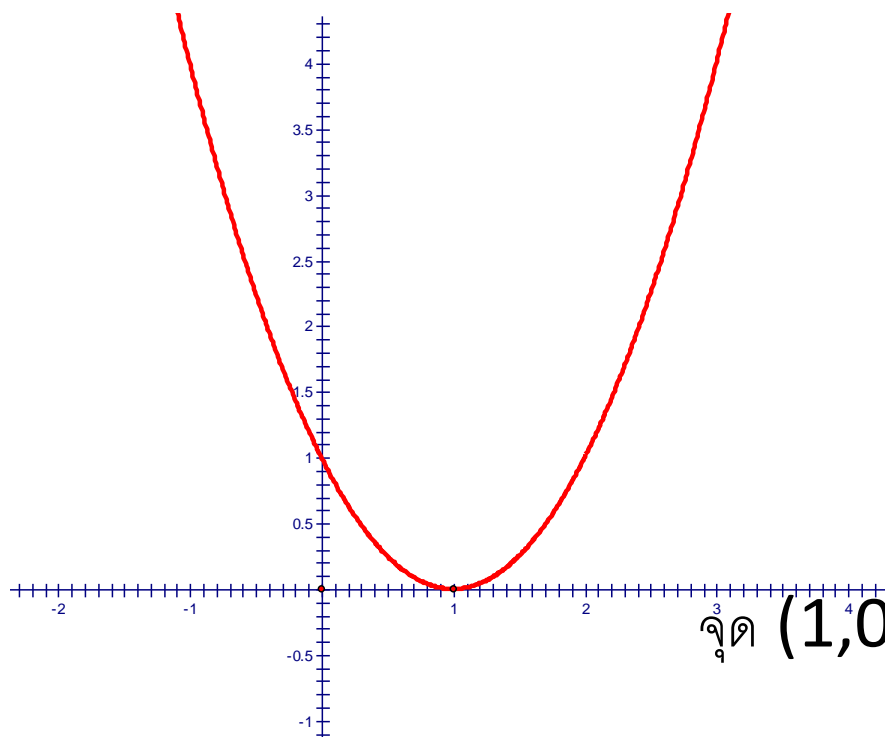
$$y = (x-1)^2$$

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = [0, \infty)$$



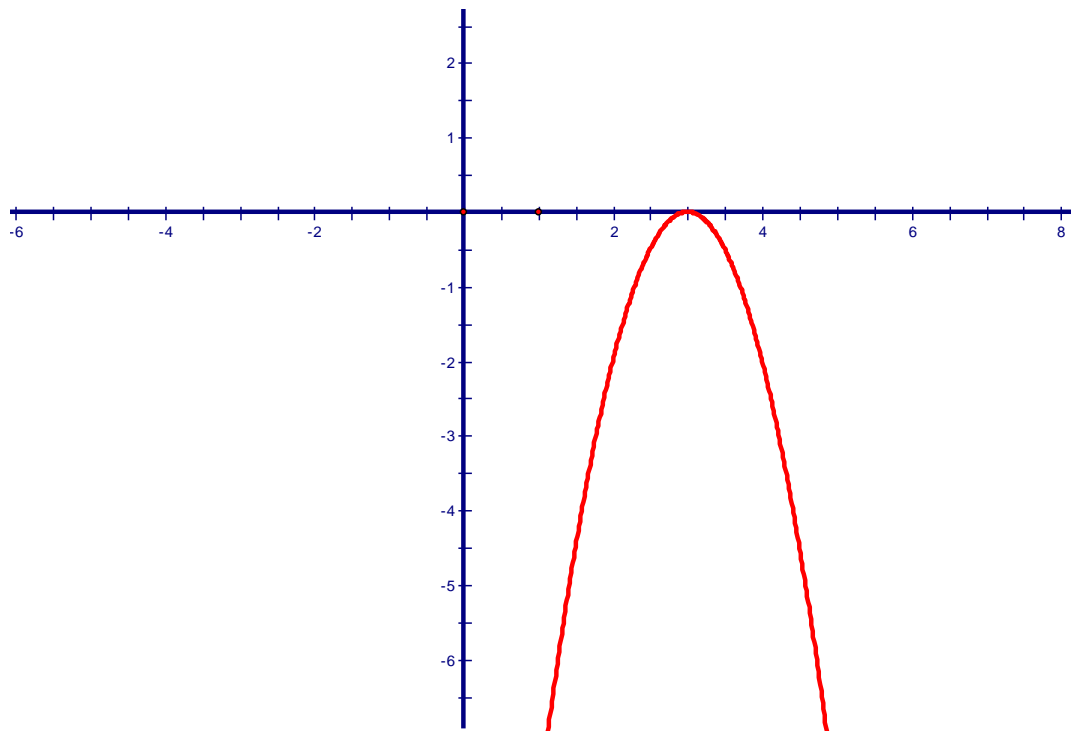
$$y = -2(x-3)^2$$

x	...							...
y	...							...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = (-\infty, 0]$$



จุด  $(3,0)$  คือจุดวกกลับของกราฟ

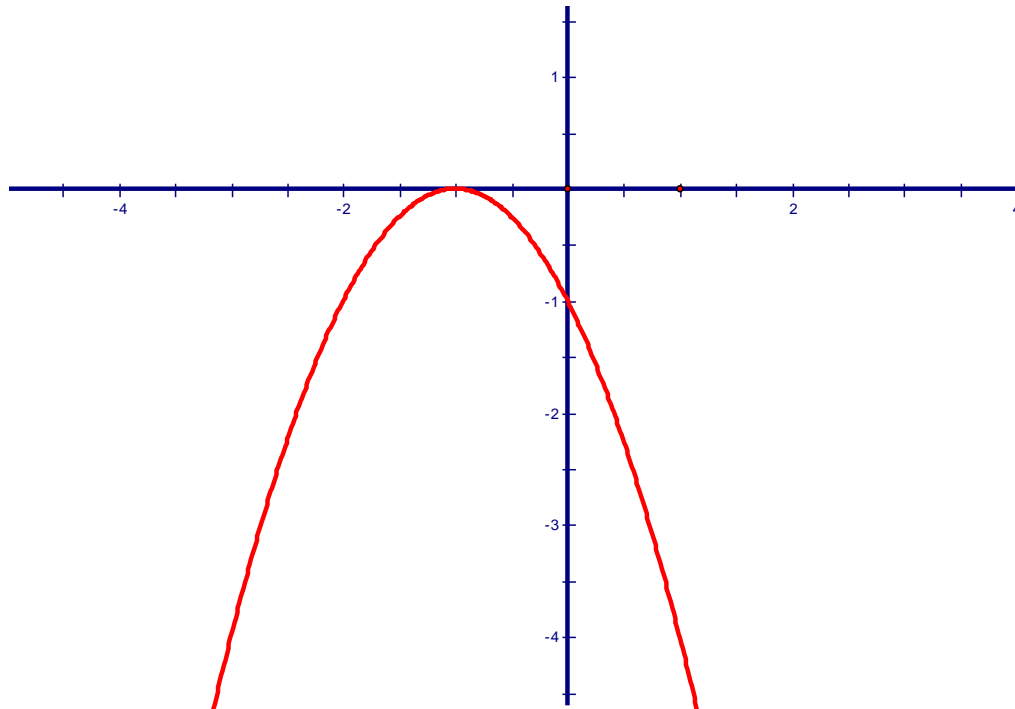
$$y = -(x+1)^2$$

x	...							...
y	...							...

เขียนกราฟได้ดังนี้

$$D_r = \mathbb{R}$$

$$R_r = (-\infty, 0)$$



จุด  $(-1, 0)$  คือจุดวกกลับของกราฟ

ข้อค้นพบ  $y = a(x - b)^2$

1. ถ้า  $a > 0$  พาราโบลาหงาย

2. ถ้า  $a < 0$  พาราโบลาคว่ำ

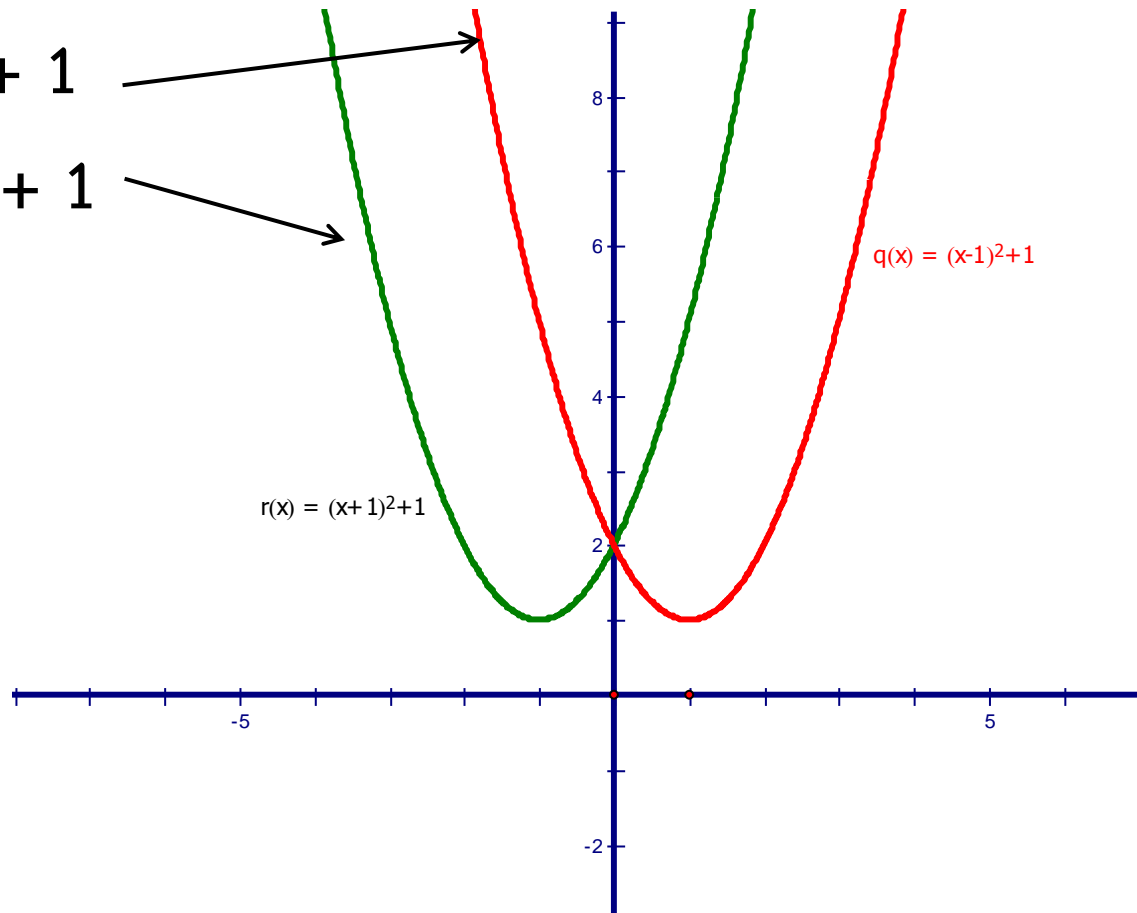
3. จุด  $(b, 0)$  เป็นจุดวกกลับของกราฟ

รูปแบบที่ 4  $y = a(x - b)^2 + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$

1.  $y = (x-1)^2 + 1$

2.  $y = (x+1)^2 + 1$

เขียนกราฟได้ดังนี้



สังเกตจุดวกกลับ

ข้อค้นพบ  $y = a(x - b)^2 + c$

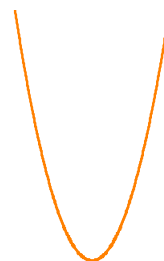


$$y - c = a(x - b)^2$$



$$y - k = a(x - h)^2$$

1. ถ้า  $a > 0$  พาราโบลาหงาย



$(h, k)$

2. ถ้า  $a < 0$  พาราโบลาคว่ำ

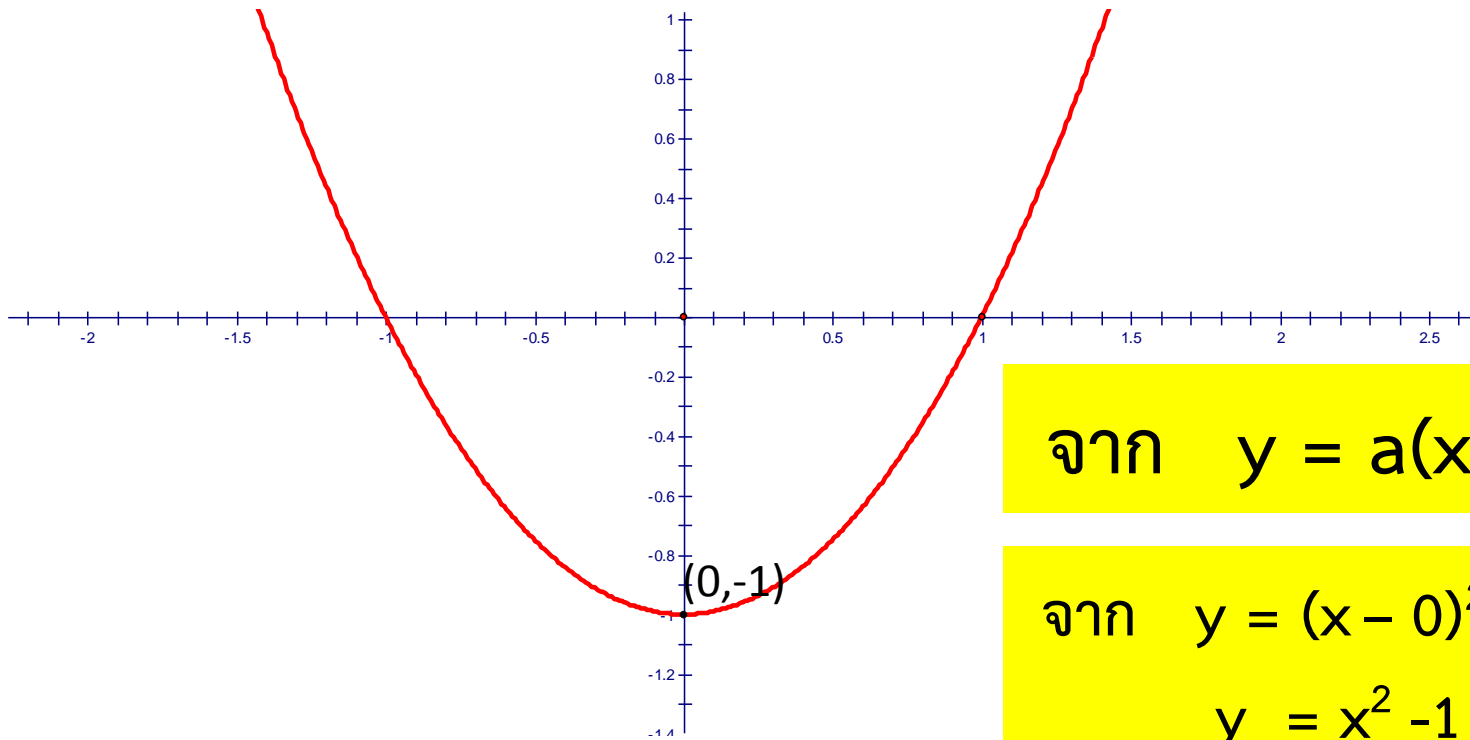


$(h, k)$

3. จุด  $(h, k)$  เป็นจุดวกกลับของกราฟ

## สมการพาราโบลา คือ

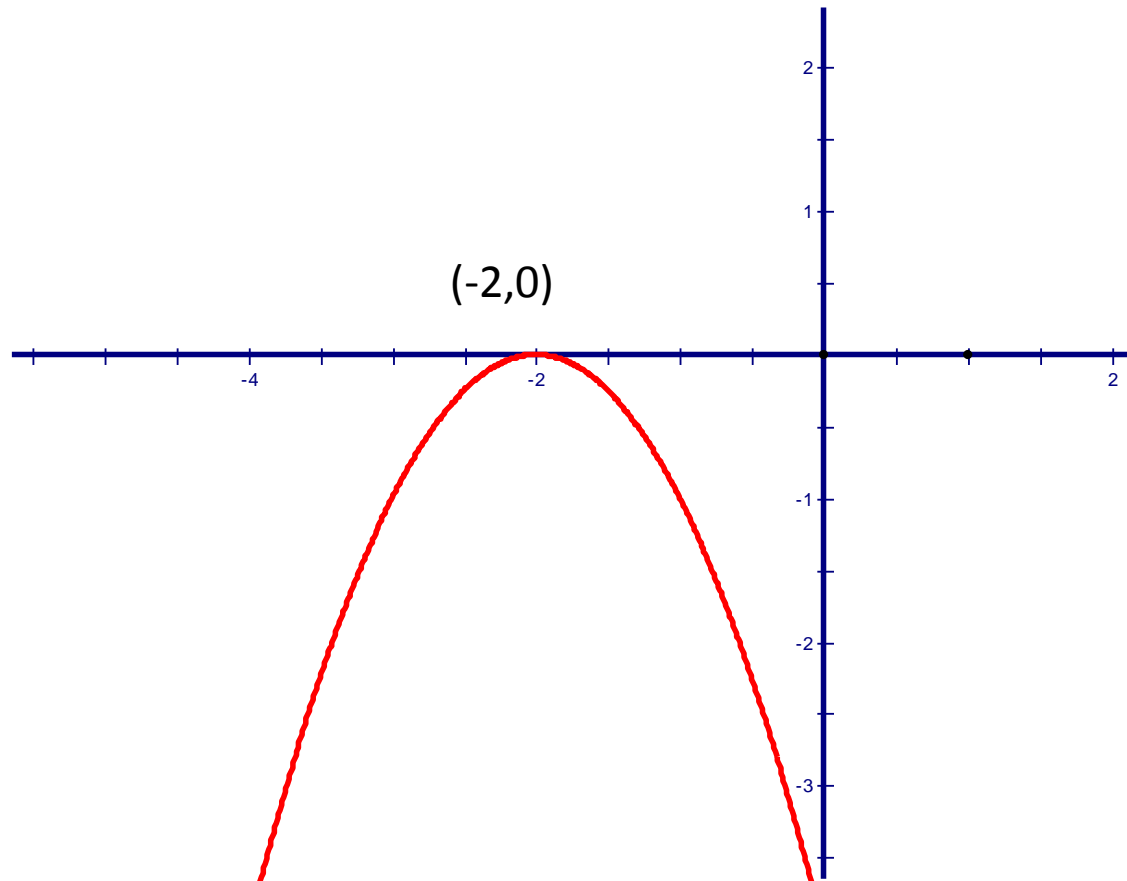
จะเห็นว่าจุดวกกลับของกราฟ คือ  $(0, -1)$



จาก  $y = a(x - h)^2 + k$

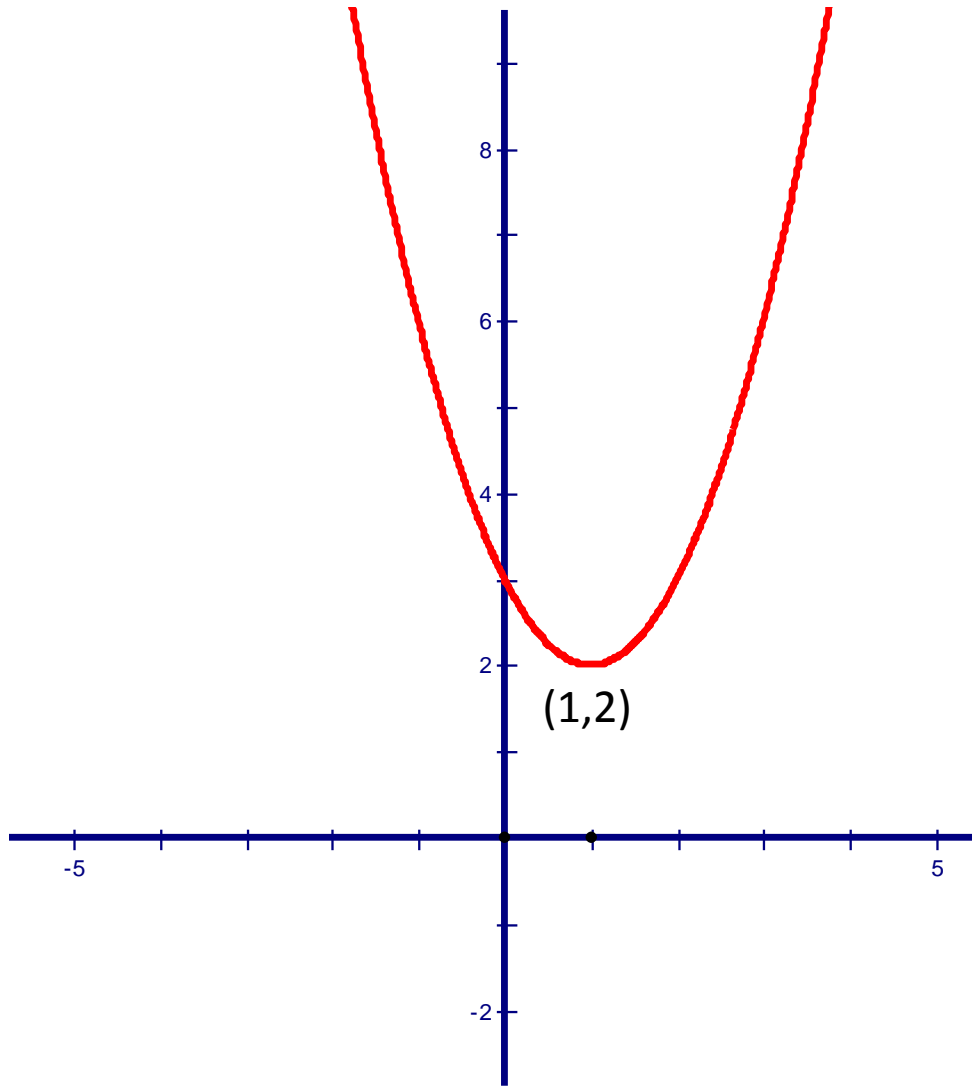
จาก  $y = (x - 0)^2 + (-1)$   
 $y = x^2 - 1$

# สมการพาราโบลา คือ

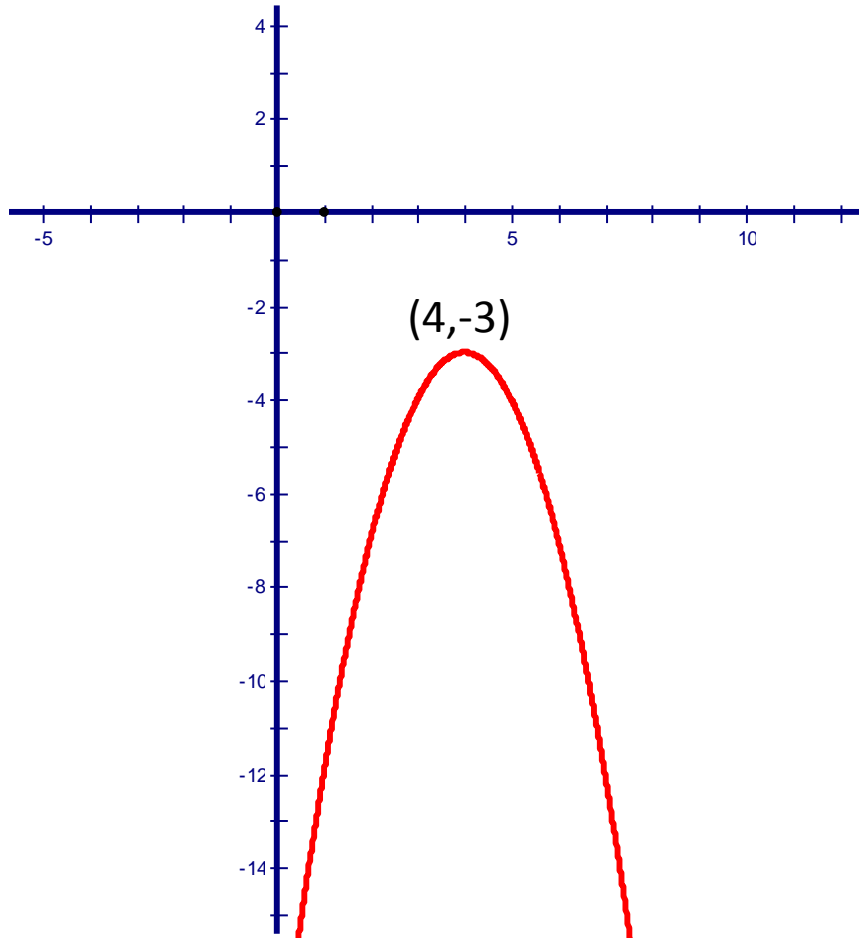




# สมการพาราโบลาคือ



# สมการพาราโบลาคือ



สมการพาราโบลาที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$



กำลังสองสมบูรณ์  
ผลต่างกำลังสอง

$$y = a(x - h)^2 + k$$

กำลังสองสมบูรณ์  $(n - l)^2 = n^2 - 2nl + l^2$   
 $(n + l)^2 = n^2 + 2nl + l^2$

จำและ  
นำไปใช้

ผลต่างกำลังสอง  $n^2 - l^2 = (n - l)(n + l)$

ตัวอย่าง จงวาดกราฟ  $y = x^2 + 2x + 1$

วิธีทำ จงวาดกราฟ  $y = x^2 + 2x + 1$

$$y = x^2 + 2(x)(1) + 1^2 \quad n^2 + 2nl + l^2$$

$$y = (x+1)^2 \quad (n+l)^2$$

$$y = (x - (-1))^2 + 0$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

จะเห็นว่า  $a = 1$  กราฟหงาย จุดวกกลับของกราฟคือ  $(-1, 0)$

## ตัวอย่าง จงวาดกราฟ $y = x^2 + 2x + 5$

วิธีทำ จงวาดกราฟ  $y = x^2 + 2x + 5$  เกินมา

$$y = [x^2 + 2(x)(1) + 1^2] + 5(-1)$$

$$n^2 + 2nl + l^2$$

$$y = (x+1)^2 + 4$$

$$(n + l)^2$$

$$y = (x - (-1))^2 + 4$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

จะเห็นว่า  $a = 1$  กราฟหงาย จุดวกกลับของกราฟคือ  $(-1, 4)$

# ตัวอย่าง จงวาดกราฟ $y = 2x^2 + 2x + 1$

วิธีทำ จงวาดกราฟ  $y = 2x^2 + 2x + 1$  เกินมา

$$y = 2[x^2 + x] + 1$$

$$y = 2[x^2 + 2(x)(\quad) + \quad] + 1$$

$$n^2 + 2nl + l^2$$

$$(n + l)^2$$

$$y = (x+1)^2 + 4$$

$$y = (x - (-1))^2 + 4$$

$$y = a(x - h)^2 + k$$

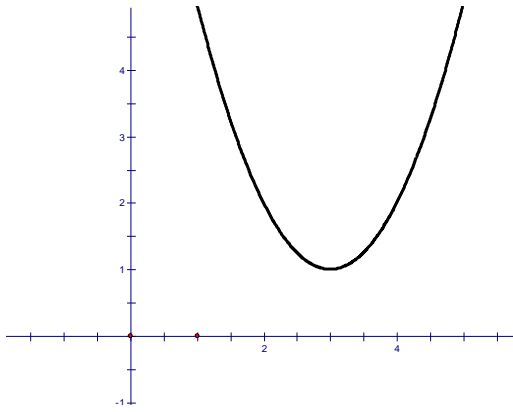
จะเห็นว่า  $a = 1$  กราฟหงาย จุดวกกลับของกราฟคือ  $(-1, 4)$

# การแก้สมการโดยใช้กราฟ

ให้นักเรียนพิจารณาแบบฝึกทักษะ พาราโบลา

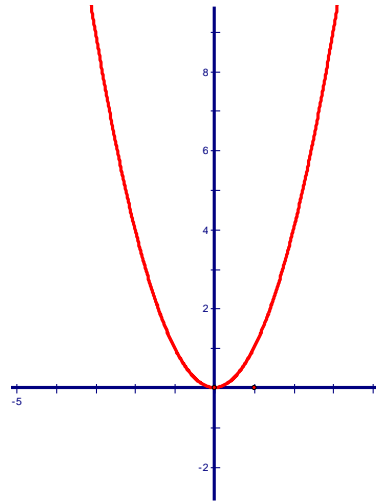
พิจารณาช่องจุดตัดแกน **X**

จัดเป็นเซตหรือกลุ่มได้กี่เซต



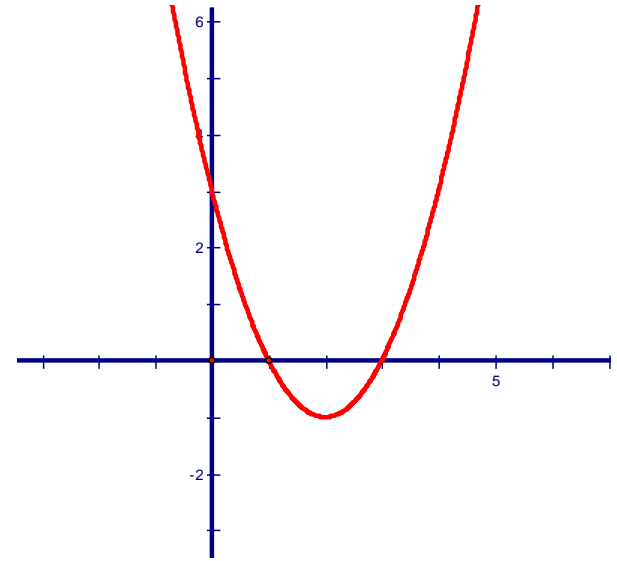
ไม่ตัดแกน X

6,8,10,  
12,  
13,15



ตัดแกน X 1 จุด

1,2,3,5,



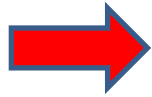
ตัดแกน X 2 จุด

4,9,11,14



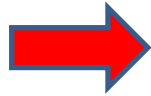
# การนำกราฟไปแก้สมการกำลังสอง

ไม่ตัดแกน  $X$



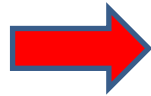
สมการไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

ตัดแกน  $X$  1 จุด



สมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ

ตัดแกน  $X$  2 จุด



สมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ